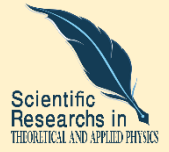


Research Paper



Investigating the phenomenon of quantum tunneling of proton and deuteron particles in the nucleus of palladium atom and neutron production in hydride metals



Mehdi Moosavi^{*1}, Hossein Zaki Dizaji², Amin Seyyedi³



This paper is an open access and licenced under the CC BY NC licence.



DOI:
[10.22034/STRAP.2024.19017](https://doi.org/10.22034/STRAP.2024.19017)

Reference to this article: Moosavi, M; Zaki Dizaji, M; Seyyedi, A; (2024). Investigating the phenomenon of quantum tunneling of proton and deuteron particles in the nucleus of palladium atom and neutron production in hydride metals. *Scientific Researches in Theoretical and Applied Physics*, 2 (1): 47-58

Keywords

Gamow formola, Palladium, Quantum tunneling, Empire code,

ABSTRACT

Quantum tunneling plays a role in some physical phenomena, such as electron emission from metals in the presence of an external electric field or alpha radiation from the nucleus, etc .The phenomenon of neutron emission from the surface of palladium hydride metal when palladium and platinum electrodes are electrolyzed in water or heavy water electrolyte, it has been observed, which has not been given a convincing reason so far. In this article, we investigate the probability of quantum tunneling of proton or deuteron for pass through of coulomb barrier of palladium nucleus. This entry of proton or deuteron causes the neutron exits from nucleus. According to Empire software results it is obtained that just ^{105}Pd can produces neutron by quantum tunneling phenomenon. The calculation results for this neutron production rate per unit of time are in good agreement with the experimental results for it.

Received: 2023/05/17

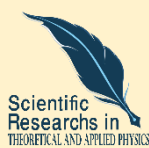
Accepted: 2024/12/26

Available: 2024/12/29

* Corresponding Author: Mehdi Moosavi
E-mail: amehdy1120@gmail.com

1. payame nnor university of Tehran, Tehran, Iran.

مقاله پژوهشی



بررسی پدیده تونل زنی کوانتومی ذرات پروتون و دوترون در هسته اتم پالادیوم و تولید نوترون در فلزات هیدریدی



سید مهدی موسوی^{1*}، حسین ذکی دیزجی²، امین سیدی³



این مقاله به صورت دسترسی باز و با لایسنس CC BY NC کرییتیو کامنز قابل استفاده است.



ارجاع به این مقاله: موسوی، سید مهدی؛ ذکی دیزجی، حسین؛ سیدی، امین؛ (1403). بررسی پدیده تونل زنی کوانتومی ذرات پروتون و دوترون در هسته اتم پالادیوم و تولید نوترون در فلزات هیدریدی. *پژوهش‌های علمی در فیزیک نظری و کاربردی*, 2(1): 47-58

DOI:
[10.22034/STRAP.2024.19017](https://doi.org/10.22034/STRAP.2024.19017)



چکیده

تونل زنی کوانتومی یک موضوع پذیرفته شده بوده و در برخی از پدیده‌های فیزیکی مانند انتشار الکترون از فلزات در حضور میدان الکتریکی خارجی و یا انتشار ذرات آلفا از هسته اتمی و غیره نقش اساسی دارد. در آزمایش‌های تجربی سیستم الکترولیز با الکترولیت آب سبک یا آب سنگین و الکترودهای فلز پالادیوم، اندرکنش و تولید نوترون گزارش شده است. در این مقاله، پدیده تونل زنی کوانتومی ذرات پروتون یا دوترون برای عبور از سد کولنی هسته اتم پالادیوم بررسی شده است. پروتون یا دوترون در اثر انرژی تشدید با تونل زنی کوانتومی داخل هسته اتمی شده و باعث خروج نوترون از هسته می‌شود. نتایج بدست آمده از محاسبات نرم افزار امپایر نشان می‌دهد که امکان تولید نوترون به روش فوق فقط برای ایزوتوپ Pd105 عنصر پالادیوم مقدور است. نتایج محاسبات برای نرخ تولید نوترون تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد.

کلیدواژه‌ها

فرمول گاموف، پالادیوم، تونل زنی کوانتومی، کد امپایر،

دریافت شده: 1402/02/27

پذیرفته شده:
1403/10/06

منتشر شده: 1403/10/09

* نویسنده مسئول: سید مهدی موسوی
amehdy1120@gmail.com

مقدمه

اگر انرژی جنبشی ذره‌ای کمتر از ارتفاع یک مانع پتانسیل باشد، براساس مکانیک کلاسیک، پس از برخورد به سد، در جهت مخالف حرکت می‌کند، اما طبق اصول مکانیک کوانتومی، پس از برخورد به سد، این ذره می‌تواند با احتمال کمی از آن عبور کند و ضریب انتقال این عبور برابر است با:

$$T = \exp(-2 \int_a^b \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E)} dr) \quad (1)$$

از دیدگاه فیزیک هسته‌ای، وارد کردن نوترون به هسته کار ساده‌ای است زیرا نوترون بار الکتریکی ندارد و نیروی دافعه‌ای از پروتون‌های درون هسته دریافت نمی‌کند، اما پروتون باید بتواند بر پتانسیل دافعه هسته غلبه کند و اگر انرژی جنبشی پروتون کمتر از ارتفاع سد پتانسیل دافعه هسته باشد دفع می‌شود اما از نظر فیزیک کوانتوم اگر پروتونی با انرژی کمتر از سد پتانسیل به آن برخورد کند، می‌تواند با احتمال کمی از مانع فرار کند. بنابراین می‌تواند با تونل‌زنی کوانتومی به هسته برسد و عدد اتمی هسته را تغییر دهد. در سال 2003، وینفول¹ زمان تاخیر و اثر هارتمن را در تونل‌زنی کوانتومی مطالعه کرد [4]. مک ماهون² واکنش‌های شیمیایی شامل تونل‌زنی کوانتومی را مطالعه کرده است [5]. در سال 2008، بانرجی³ تونل‌زنی کوانتومی و واکنش‌های بعد از آن را مطالعه کرد [6]. در سال 2013، ویسوتسکی⁴ احتمال تونل‌زنی کوانتومی بین دو دوترون را مطالعه کرد [7]. در سال 2015، ژانگ⁵ مقیاس بندی جریان تونل‌زنی کوانتومی در اتصالات پلاسمونیک در مقیاس نانو و زیر نانومقیاس را بررسی کرد [8]. نمونه‌هایی از ورود پروتون‌ها به هسته توسط تونل‌زنی کوانتومی در طبیعت وجود دارد. به عنوان مثال، برخی از باکتری‌ها می‌توانند از طریق این پدیده، ایزوتوپ‌های رادیواکتیو مضر را به عناصر پایدار تبدیل کنند و خود را از کشته شدن نجات دهند. در سال 2019، کیو جین⁶ و همکارانش آزمایشی را در مورد کاهش رادیواکتیویته رادیونوکلئید (¹³⁷Cs) توسط باکتری‌ها انجام دادند [9]. آنها پیشنهاد کردند که اندرکنش زیر در داخل باکتری‌ها اتفاق می‌افتد:



¹³⁸Ba یک عنصر پایدار است و باکتری‌ها از این طریق یک عنصر رادیواکتیو را به عنصر پایدار تبدیل می‌کنند. ممکن است به دلیل وجود بخشی مانند پراکسی زوم در داخل باکتری باشد. پراکسی زوم‌ها اندامک‌هایی در سلول‌های یوکاریوتی هستند که حاوی مولکول H₂O₂ و یون‌های H⁺ (پروتون) هستند که برخی از واکنش‌ها در داخل آن اتفاق می‌افتد. ویسوتسکی برهمکنش ¹³⁴Ba + p → ¹³³Ba را در یک سیستم بیولوژیکی مطالعه کرد [10]. گووروخا⁷ استفاده از باکتری‌ها را برای تصفیه فاضلاب رادیواکتیو توضیح داد [11]. در سال 2020، ماستروماتئو⁸ تولید هسته‌ای نوترون را در آزمایش‌های اندرکنش هسته‌ای کم انرژی⁹ بارگیری گاز (H₂) و (D₂) مورد مطالعه قرار داد [12]. سیستم فلزی هیدرید نمونه دیگری برای این پدیده است. هنگامی که دو الکتروود پالادیوم و پلاتین الکترولیز می‌شوند H⁺ در الکترولیت H₂O یا D⁺ در الکترولیت D₂O بین اتم‌های کریستال پالادیوم قرار می‌گیرند. همین تعداد نوسانات H⁺ یا D⁺ باعث می‌شود که با تونل‌زنی کوانتومی وارد هسته پالادیوم شوند و عدد اتمی پالادیوم را تغییر داده و به نقره تبدیل کنند. در این مقاله به بررسی تغییرات هسته پالادیوم پس از ورود پروتون یا دوترون می‌پردازیم و فرکانس این برهمکنش (Γ) بین پروتون یا دوترون با هسته پالادیوم را محاسبه می‌کنیم. اساس کار ما برای محاسبه تونل‌زنی کوانتومی بر اساس فرمول گاموف است. ضریب گاموف برابر است با [13]:

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b \sqrt{V(r) - E} \quad (3)$$

در معادله (3) اگر برای انرژی پتانسیل $V(r) = zZq^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ دهیم، ضریب گاموف را بدست می‌آوریم:

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 E} \frac{zZq^2}{4\pi\epsilon_0}} \left[\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a}{zZq^2} - \frac{(4\pi\epsilon_0 a)^2 E}{(zZq^2)^2}} \sqrt{E} \right] \quad (4)$$

⁶ Kyu- Jin
⁷ Govorukha
⁸ mastromatteo
⁹ LENR

¹ Winful
² Mc mahon
³ Banerjee
⁴ Vysotskii
⁵ Zhang

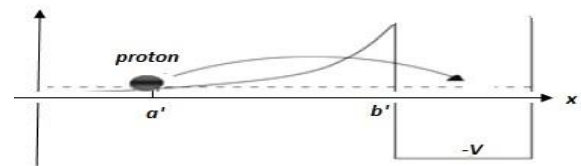
معادله (4) در فرمول نیمه عمر ذرات آلفا استفاده می‌شود [13]

(7)

$$t_{1/2} = \ln(2)a \sqrt{\frac{\mu}{2(V_0 + E)}} \exp\left(2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 E}} \frac{zZq^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{E}{B}}\right)\right) \quad (5)$$

2. روش

اگر یک پروتون از خارج به داخل هسته ورود کرده و از سد کولن عبور کند، می‌توانیم دوباره از فرمول گاموف برای تونل‌زنی آن استفاده کنیم. شکل 1 ورود یک پروتون از خارج به داخل هسته توسط تونل‌زنی کوانتومی را به صورت نمادین نشان می‌دهد:



شکل 1: تونل زنی کوانتومی برای عبور پروتون از سد کولن به داخل هسته.

اجازه دهید فرمول گاموف را برای عبور پروتون از سد کولن از خارج هسته به داخل هسته بازنویسی کنیم. ما باید فرکانس نوسان پروتون (f) را در داخل شبکه بلوری پالادیوم به جای $(1/a)(2(V_0+E)/\mu)^{1/2}$ در فرمول گاموف نیمه عمر پرتو α معادله (5) قرار دهیم زیرا پروتون دارای این فرکانس برخورد با سد کولن در معادله جدید برای عبور پروتون از سد پتانسیل است. بنابراین تعداد ضربه‌های پروتون در یک رشته سه پروتونی به پالادیومی که در یک طرف آن است در یک ثانیه برابر با فرکانس ارتعاش پروتون در رشته است. در این حالت جدید ضریب گاموف برابر است با: $(b'=b, a'=a)$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_{a'}^{b'} \sqrt{\frac{zZq^2}{4\pi\epsilon_0(a+b-r)} - E} dr \quad (6)$$

پس از کمی ساده سازی داریم:

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 E}} \frac{zZq^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a}{zZq^2} - \frac{(4\pi\epsilon_0 a)^2 E}{(zZq^2)^2}} \sqrt{E} \right]$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_{a'}^{b'} \sqrt{\frac{zZq^2}{4\pi\epsilon_0(a+b-r)} - E} dr$$

معادله (7) برابر با ضریب گاموف در معادله (4) است. این به این معنی است که اگر ذره ای دارای تونل‌زنی کوانتومی از بیرون به درون هسته باشد، ضریب گاموف ثابت می‌ماند Γ که ضریب واپاشی ذره آلفا است که برابر است با $\Gamma = T(I/a)(2(V_0+E)/\mu)^{1/2}$ ، اینجا برابر می‌شود با: Γ ، ضریب عبور معادله (1) است)

$$\Gamma = fT = fe^{-2G} \quad (8)$$

$$\Gamma = f \exp\left(-2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 E}} \frac{zZq^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a}{zZq^2} - \frac{(4\pi\epsilon_0 a)^2 E}{(zZq^2)^2}} \sqrt{E}\right]\right) \quad (9)$$

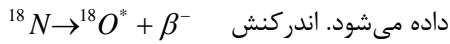
در اینجا ضریب واپاشی (Γ) بسامد پروتون های عبوری از سد کولن در واحد زمان و a شعاع هسته پالادیوم است.

استفاده از نظریه تونل‌زنی کوانتومی محاسبات ما را برای الکترولیت آب یا آب سنگین دقیق تر می‌کند. نظریه دیگری که بر اساس الکترون های پرانرژی روی سطح پالادیوم است، در محاسبات بین آب و آب سنگین تمایز قائل نمی‌شود و به اندازه این نظریه دقیق نیست.

3. نتایج و بحث

3.1 واکنش های (Pd, p/d). در این بخش به بررسی ایزوتوپ های تولید شده پس از ورود پروتون یا دوترون در هسته پالادیوم می‌پردازیم. حائز توجه است که بدون پدیده تونل‌زنی کوانتومی، پروتون یا دوترون می‌توانند با انرژی آستانه 2.9 مگا الکترون ولت وارد هسته شوند. اگر این ذرات انرژی 3 مگا الکترون ولت داشته باشند با انرژی 100 کیلو الکترون ولت وارد هسته می‌شوند و این شرایط برابر است با زمانی که این ذرات با تونل‌زنی کوانتومی با انرژی 100 کیلو الکترون ولت وارد هسته می‌شوند، بنابراین اگر از یک نرم افزار استفاده کنیم که ذرات تولید شده را پس از ورود پروتون یا ورود دوترون به هسته پالادیوم با انرژی 3 مگا الکترون ولت محاسبه کند، این کار درست بوده و قابل توسعه است. از نرم افزار امپایر برای این کار استفاده کرده‌ایم [14].

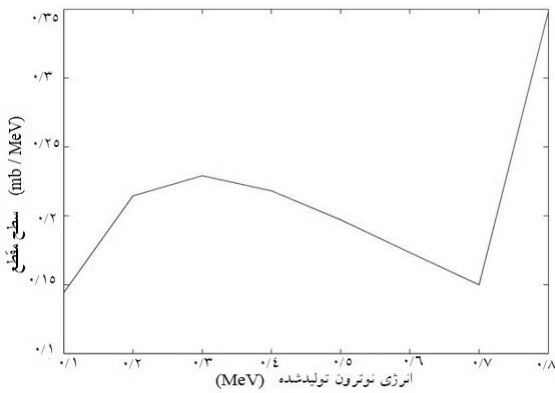
^{106}Pd ایجاد شده یک هسته ناپایدار ^{106}Pd است که با $^{106}\text{Pd}^*$ نشان



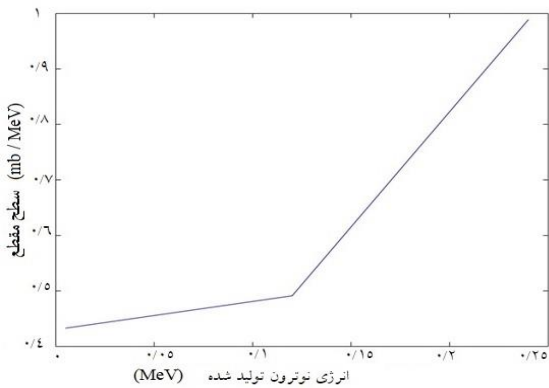
و سپس $^{18}\text{O}^* \rightarrow ^{17}\text{O} + n$ شبیه اندرکنش $^{106}\text{Pd}^*$ است. برای $^{106}\text{Pd}^*$ داریم [15]:



نمودار اندرکنشهای منجر به تولید نوترون که با استفاده از نرم افزار امپایر محاسبه شده است، در شکل های شماره 2-الف تا شکل شماره 2-د رسم شده است.



شکل 2-الف. سطح مقطع $^{105}\text{Pd} + p \rightarrow ^{106}\text{Ag}$



شکل 2-ب. سطح مقطع $^{108}\text{Pd} + p \rightarrow ^{107}\text{Pd} + p + n$

پالادیوم دارای شش ایزوتوپ پایدار به شرح زیر است: ^{102}Pd (1٪)، ^{104}Pd (11٪)، ^{105}Pd (22٪)، ^{106}Pd (27٪)، ^{108}Pd (26٪)، ^{110}Pd (11٪). نرم افزار امپایر برای بررسی برهمکنش پالادیوم و پروتون یا پالادیوم و دوترون استفاده شد. در این نرم افزار انرژی جنبشی پروتون و دوترون را برابر با 3 مگاالکترون ولت انتخاب کرده ایم، زیرا حداقل انرژی پرتابه باید 2/9 مگاالکترون ولت باشد. انرژی 2/9 مگاالکترون ولت توسط نرم افزار امپایر محاسبه شده است که این حداقل انرژی است که ذره باید برای رسیدن به هسته با وجود نیروی دافعه هسته داشته باشد. در سطح فلزات هیدریدی، هنگامی که پروتون یا دوترون وارد بلور پالادیوم می شود، به دلیل تعداد زیاد نوسانات آنها می توانند با تونل زنی کوانتومی وارد هسته پالادیوم شوند. در باکتری ها، پروتون انرژی پایی دارد، اما این انرژی به دلیل فرکانس بالای برخورد بین پروتون و ^{137}Cs ، پدیده تونل زنی کوانتومی را به وجود می آورد [9-22]. هنگامی که یک پروتون وارد هسته می شود، عدد اتمی هسته را تغییر می دهد با توجه به اندرکنش های معادله (13) تا معادله (24) مشاهده می شود که فقط در اندرکنش های $^{105}\text{Pd} + p$ یا $^{105}\text{Pd} + d$ نوترون تولید می شود، بنابراین معادله های (10) تا (13) را برای تولید نوترون با استفاده از اندرکنش $^{105}\text{Pd} + p$ و معادله های (25) تا (27) را برای تولید نوترون با استفاده از اندرکنش $^{105}\text{Pd} + p$ پیشنهاد می شود، که با تبدیل پالادیوم به ^{106}Ag در الکترولیز هیدرید فلز پالادیوم اتفاق می افتد. ^{106}Ag یک ایزوتوپ رادیواکتیو است و یک ذره پوزیترون را با برهمکنش زیر منتشر می کند و به $^{106}\text{Pd}^*$ تبدیل می شود (شکل 3.الف):



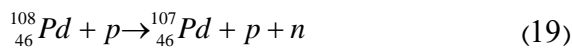
^{105}Pd پایدارتر از ^{106}Pd است و ممکن است ^{106}Pd به ^{105}Pd تبدیل شود و یک نوترون تولید شده و از هسته خارج شود و دلیل دیگر تولید نوترون می تواند این باشد که پروتون خارجی پس از واپاشی پوزیترون و تبدیل شدن آن به نوترون قادر به ماندن در مدار هسته ای خود نیست و به شکل یک نوترون از هسته خارج می شود. بنابراین هسته ^{106}Pd قبل از اینکه ایجاد شود به ^{105}Pd تجزیه می شود. بنابراین

در شکل 2.ب. ما انتظار اندرکنش زیر را داریم:



اما ^{109}Ag یک ایزوتوپ پایدار است و در معادله (18) نوترون تولید نمی‌شود. اما در برهم‌کنش

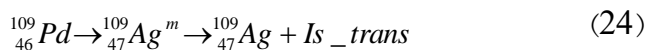
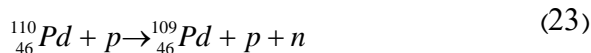
امپایر در شکل 2.ب، نوترون و پروتون تولید می‌شوند زیرا پروتون با یک نوترون هسته برخورد می‌کند و این نوترون را از هسته بیرون می‌کند. این برهم‌کنش در هیدرید فلزی با تونل‌زنی کوانتومی اتفاق نمی‌افتد زیرا معمولاً پروتون در این پدیده انرژی کمتر از 100 کیلو الکترون ولت دارد. بنابراین فقط معادله (12) می‌تواند نوترون را در برهم‌کنش هیدرید فلزی پالادیوم با پروتون تولید کند. انتظار داریم دلیل تولید نوترون در شکل 2.ب معادله (19) باشد.



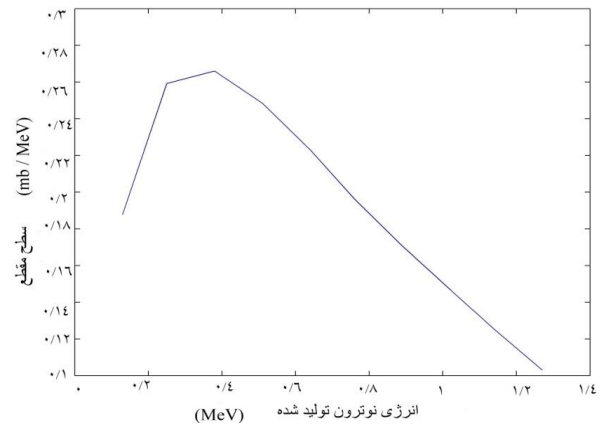
در شکل 2.ج. اگر فقط تبدیل هسته ای داشته باشیم، باید تبدیلات زیر را داشته باشیم:



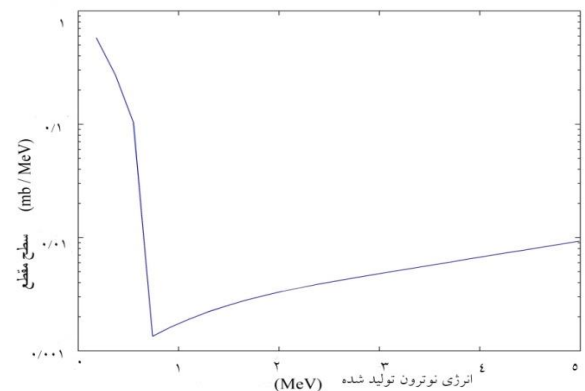
^{111}Cd یک ایزوتوپ پایدار است بنابراین نوترون تولید نمی‌کند، اما چون انرژی جنبشی پروتون در پرتابه ما در داده های اولیه امپایر حدود 3 مگا الکترون ولت است و این پروتون با انرژی 100 کیلو الکترون ولت وارد هسته می‌شود، بنابراین در اندرکنش $^{110}\text{Pd} + p$ ، یک نوترون تولید می‌شود. داریم:



در برهم‌کنش شکل 14-د و در دیگر برهم‌کنش‌های بین ایزوتوپ‌های پایدار پالادیوم و دوترون، نوترون و پروتون تولید می‌شوند زیرا انرژی جنبشی دوترون هنگام ورود به هسته پالادیوم حدود 100 کیلو الکترون ولت است، ما انتظار داریم که این تولید نوترون توسط

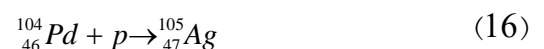
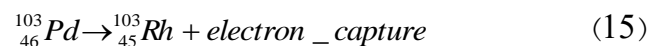


شکل 2-ج. سطح مقطع $^{110}\text{Pd} + p \rightarrow ^{109}\text{Pd} + p + n$



شکل 2-د. سطح مقطع $^{105}\text{Pd} + d \rightarrow ^{105}\text{Pd} + p + n$

در معادله (13) و معادله (16)، نوترون تولید شده از هسته خارج نمی‌شود زیرا این هسته ها کمبود نوترون دارند. بنابراین ما نوترون را در برهم‌کنش معادله (13) و معادله (15) تشخیص نمی‌دهیم. در $^{102}\text{Pd} + p$ و $^{104}\text{Pd} + p$ نوترون تولید نمی‌شود. ما انتظار داریم که این اندرکنشها برابر باشند با:



$$K = 3k_B T \quad (28)$$

در اینجا K انرژی جنبشی مولکول است، k_B ثابت بولتزمن است. T دما بر حسب کلین است. انرژی جنبشی یک نوسانگر برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad (29)$$

اینجا A دامنه نوسان اتمهای پالادیم است. داریم:

$$\frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = 3k_B T \quad (30)$$

بنابراین بسامد زاویه‌ای (ω) برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{6k_B T}{m A^2}} \quad (31)$$

برای دامنه نوسان (A) می توان نوشت:

$$A = \sqrt{\frac{6k_B T}{m \omega^2}} \quad (32)$$

بنابراین دامنه نوسان پالادیم در بسامد زاویه ای طبیعی آن (Hz)

$$\omega = \pi \times 5.7 \times 10^{12} \quad (\text{برابر است با: } T=298\text{K})$$

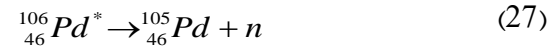
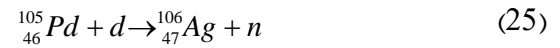
$$A = \sqrt{\frac{6k_B T}{m_{Pd} \omega^2}} = 1.0511 \times 10^{-11} \text{ m} \quad (33)$$

هنگامی که پالادیم الکترولیز می‌شود، باید حداقل تا دمای 300.85 درجه سانتیگراد گرم شود تا نوترون تولید شود [23]. در این دما دامنه نوسان اتمهای پالادیم به دلیل جذب دوترون در فضاهای خالی کریستال کاهش می‌یابد و دامنه نوسان اتمهای پالادیم، 10^{-12} m × 4.0628039 $A =$ می‌شود. بنابراین بسامد زاویه‌ای (ω) در دمای 300.85 درجه سانتیگراد برابر است با: ($T=574\text{K}$)

$$\omega = \sqrt{\frac{6k_B T}{m_{Pd} A^2}} = 1.26099874 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad (34)$$

پس بنابراین این بسامد برابر است با:

تونل زنی کوانتومی اتفاق نیفتد زیرا معمولاً در تونل زنی کوانتومی دوترون انرژی جنبشی کمتری نسبت به 100 کیلو الکترون ولت دارد. در الکترولیز هیدرید فلز پالادیم، انتظار داریم به دلیل تونل زنی کوانتومی دوترون، برهمکنش بین ^{105}Pd و دوترون به صورت زیر باشد:

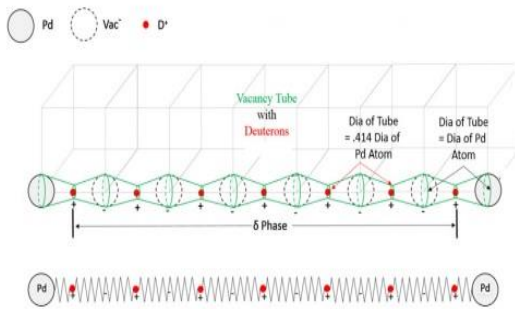


معادله (25)، معادله (26) و معادله (27) نشان می‌دهد که دوترون با تونل زنی کوانتومی وارد هسته پالادیم می‌شود اما برهمکنش دوترون با انرژی جنبشی 100 کیلو الکترون ولت برای ورود به هسته پالادیم با این برهمکنش ها تفاوت دارد. بنابراین می توان گفت که تونل زنی کوانتومی باعث می‌شود که پروتون و دوترون بتوانند از سد کولن عبور کنند در حالی که انرژی جنبشی کمتری از انرژی اولیه 3 مگا الکترون ولت دارند. این عبور از سد کولنی به دلیل تعداد بسیار زیاد برخورد بین پروتون و دوترون با سد کولنی هسته اتفاق می‌افتد.

برهم کنش $^{106}\text{Pd} + p$ نوترون تولید نمی‌کند زیرا به ^{107}Ag تبدیل می‌شود که یک ایزوتوپ پایدار است. حتی اگر یک پروتون با انرژی جنبشی 100 کیلو الکترون ولت وارد ^{106}Pd شود، این برهم کنش تولید نوترون ندارد بنابراین می‌توان مطمئن شد که برهم کنش $^{105}\text{Pd} + p$ تولید نوترون با معادله (12) دارد. ما انتظار داریم که برهمکنش $^{106}\text{Pd} + p$ به این دلیل است که ^{106}Pd یک نوترون بیشتر از ^{105}Pd دارد اما می‌بینیم که پروتون با هسته ^{106}Pd برهمکنش می‌کند و عدد اتمی هسته را به ^{107}Ag تغییر می‌دهد که ایزوتوپ پایدار نقره است. ^{105}Pd و ^{106}Pd ایزوتوپهای پایدار به حد کافی هستند که پروتون فقط می‌تواند در مدار هسته شان بماند و نتواند یک نوترون را از این هسته‌ها خارج کند. نوترون تولید شده از ^{105}Pd پس از چندین تغییر هسته از هسته خارج می‌شود.

3.2 دمای پالادیم در الکترولیز.

بسامد طبیعی ارتعاش اتم پالادیم برابر با $f=5.7 \text{ THz}$ است. این بسامد طبیعی در دمای 25 درجه سانتیگراد است. ما می‌توانیم این بسامد طبیعی ارتعاش پالادیم را از فرمول‌های زیر بدست آوریم. انرژی جنبشی مولکول های مواد جامد که در دمای T بر حسب کلین ارتعاش می‌کنند برابر است [21]:



$$f = \frac{1.260099874 \times 10^{14}}{2\pi} = 2.00694183 \times 10^{13} \text{ Hz} \quad (35)$$

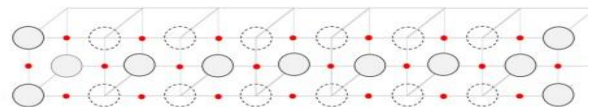
این بسامدزایه‌ای نزدیک به ω_0 است که برابر است با: 10^{14} Hz
 $\omega_0 = (2k/m_d)^{1/2} = 1.29643324$ است بنابراین پدیده رزونانس اتفاق خواهد افتاد. در اینجا k ثابت فنری بین دو دوتریون $k=28.0984607$ است. این نزدیکی بین بسامدزایه‌ای نوسان اتم پالادیوم ω و بسامدزایه‌ای نوسان ω_0 باعث ایجاد پدیده تشدید می‌شود، در نتیجه دامنه دوتریون‌ها به تدریج افزایش می‌یابد و انرژی دوتریون‌ها به حدی می‌رسد که با تونل زدن کوانتومی از سد پتانسیل هسته پالادیوم عبور کرده و وارد هسته پالادیوم شده و باعث تغییرات هسته‌ای در پالادیوم می‌شوند. اگر الکتروولیت آب باشد، برای پروتون داریم:

$\omega_0 = (2k/m_p)^{1/2} = 1.95486849 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ثابت فنر $k=31.9597074$ است. $\omega_0 = 2.68437922 \times 10^{12} \text{ m}^{-1}$ و $T=574 \text{ K}$ حداقل دمای پالادیوم، $A=2.68437922 \times 10^{-12} \text{ m}$ دامنه نوسان اتم‌های پالادیوم است و بسامدزایه‌ای اتم پالادیوم در این حالت $\omega_{Pd} = 1.94628663 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است. نیروی متوسط بین اتم پالادیم و پروتون یا دوتریون جذب شده برابر است با:

$$F_0 = 7.1608123 \times 10^{-8} \text{ N} \quad (36)$$

3. محاسبه نرخ تولید نوترون.

در داخل کریستال پالادیوم، فضاهای خالی زیادی وجود دارد که ممکن است چندین پروتون یا دوتریون در داخل این فضاهای خالی قرار گیرند و رشته‌ای از دوتریون‌ها یا پروتون‌ها را تشکیل دهند که در دو طرف این رشته از دو اتم پالادیوم قرار می‌گیرند.



شکل 3. فضای آزاد بین اتم‌های پالادیوم در کریستال پالادیوم [22-23]

شکل 4. دوتریون‌ها در فضای آزاد اتم‌های پالادیوم قرار می‌گیرند و رشته‌ای از دوتریون‌ها را تشکیل می‌دهند. [23]

مقدار k برای دوتریون برابر با $k=28.0984607$ و برای پروتون برابر با $k=31.9597074$ است [23]. مطابق شکل 5، دامنه نوسان (A) دوتریون‌ها در رشته به روش زیر محاسبه می‌شود. در اینجا ما هفت نوسانگر جفت شده داریم که معادلات حرکت آنها برابرند با [25-24]:

$$m_d \ddot{x}_1 = -kx_1 + k(x_2 - x_1) + F_0 \sin(\omega t) \quad (37)$$

$$m_d \ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) + k(x_3 - x_2) \quad (38)$$

$$m_d \ddot{x}_3 = -k(x_3 - x_2) + k(x_4 - x_3) \quad (39)$$

$$m_d \ddot{x}_4 = -k(x_4 - x_3) + k(x_5 - x_4) \quad (40)$$

$$m_d \ddot{x}_5 = -k(x_5 - x_4) + k(x_6 - x_5) \quad (41)$$

$$m_d \ddot{x}_6 = -k(x_6 - x_5) + k(x_7 - x_6) \quad (42)$$

$$m_d \ddot{x}_7 = -k(x_7 - x_6) - kx_7 - F_0 \sin(\omega t) \quad (43)$$

برای محاسبه دامنه نوسان دوتریون داریم [26]:

$$\begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \\ \ddot{x}_6 \\ \ddot{x}_7 \end{bmatrix}$$

در معادله (46)، اگر $2k - m_d \omega^2 \rightarrow 0$ ، مقادیر ماتریس $[Z(\omega)]^{-1}$ برابر با بی نهایت می شوند. در اینجا $k=28.0984607$ خواهد بود، بنابراین اگر

$\omega_0=1.29643324 \times 10^{14}$ Hz باشد، مقادیر ماتریس بزرگ خواهد بود. بنابراین دامنه نوسان دوترون (A) بزرگ خواهد بود. بسامد زاویه‌ای (ω_{Pd}) اتم‌های پالادیوم $\omega_{Pd}=1.28595194 \times 10^{14}$ Hz دارند. بنابراین باید $\omega_{Pd}=1.28595194 \times 10^{14}$ Hz را در معادله (46) قرار دهیم زیرا این ω_{Pd} بسامد زاویه‌ای نیروی خارجی این نوسانگرها است. داریم: (m_d=3.344×10⁻²⁷-10 kg)

$$[Z(\omega)]^{-1} = \begin{bmatrix} +/0.079 & -/0.025 & -/0.079 & +/0.16 & +/0.079 & -/0.087 & -/0.079 \\ -/0.025 & -/0.0000001 & -/0.087 & +/0.00000075 & +/0.087 & -/0.00000037 & -/0.087 \\ -/0.079 & -/0.087 & +/0.079 & -/0.17 & -/0.079 & +/0.087 & +/0.079 \\ +/0.16 & +/0.00000075 & -/0.17 & -/0.0000001 & -/0.17 & +/0.00000075 & +/0.17 \\ +/0.079 & +/0.087 & -/0.079 & -/0.17 & +/0.079 & -/0.087 & -/0.079 \\ -/0.087 & -/0.00000037 & +/0.087 & +/0.00000075 & -/0.087 & -/0.0000001 & -/0.025 \\ -/0.079 & -/0.087 & +/0.079 & +/0.17 & -/0.079 & -/0.025 & +/0.079 \end{bmatrix} \quad (48)$$

مطابق شکل 4 و معادله (44)، F_0 و $-F_0$ مقدار نیروی بین پالادیوم ها و اولین و آخرین دوترون هستند. F_0 برابر با: 1.60812×10^{-8} N. $F_0=7$

است. بنابراین بیشترین جابجایی دوترون ها (X_n) برابر است با: (در اینجا بیشترین جابجایی دوترون ها (X_n) دامنه نوسان دوترون ها (A) است)

$$\begin{aligned} X_1 &= 4.016 \times 10^{-8} m & X_2 &= 2.83 \times 10^{-12} m \\ X_3 &= 4.016 \times 10^{-8} m & X_4 &= 0 \\ X_5 &= 4.016 \times 10^{-8} m & X_6 &= 2.83 \times 10^{-12} m \\ X_7 &= 2.5 \times 10^{-8} m \end{aligned}$$

مشاهده می شود که دامنه X_1, X_3, X_5, X_7 بیشترین مقدار را دارند. بنابراین سرعت دوترون‌ها در این دامنه ها برابر با 2×10^6 m/s

$$+ \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k & 2k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k & -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & 2k & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 2k & -k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_0 \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (44)$$

اگر قرار دهیم:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (45)$$

داریم:

$$\begin{bmatrix} 2k - m_d \omega^2 & -k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k & 2k - m_d \omega^2 & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k - m_d \omega^2 & -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k - m_d \omega^2 & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & 2k - m_d \omega^2 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 2k - m_d \omega^2 & -k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 2k - m_d \omega^2 \end{bmatrix}$$

$$* \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

ω در معادله (46) فرکانس زاویه‌ای نیروی خارجی است که در اینجا فرکانس زاویه‌ای نوسان اتم پالادیوم است در دوترون، $\omega_{Pd}=1.28595194 \times 10^{14}$ Hz است. بنابراین:

$$[Z(\omega)] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \end{bmatrix} = [Z(\omega)]^{-1} \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

تعداد پروتون در رشته (N)	بیشترین انرژی پروتون (eV)	Γ برای پروتون با بیشترین انرژی (Hz)
N=2	$1/56 \times 10^{-3}$	~0
N=3	$764/17 \times 10^3$	$8/76 \times 10^{-7}$
N=4	$1/54 \times 10^{-3}$	~0
N=5	$1/75 \times 10^{-4}$	~0
N=6	$1/57 \times 10^{-3}$	~0
N=7	$190/79 \times 10^3$	$1/61 \times 10^{-19}$

$v=X\omega=3$. است. که انرژی $E_d=109.6 \text{ keV}$ است. دوترون‌ها به تدریج به این دامنه نوسان می‌رسند. در دوره اول دوره نوسان اجباری خود، دوترون‌ها با اتم‌های پالادیوم مجاور

برخورد می‌کنند زیرا فضای خالی بین اتم‌های پالادیوم کافی نیست تا این دوترون‌ها با این دامنه، نوسان کنند. پس Γ_d برابر است با:

$$\Gamma_d = 1.459 \times 10^{13} \times \exp\left(-2\sqrt{\frac{2m_d}{\hbar^2 E_d}} \frac{zZq^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a}{zZq^2} - \frac{(4\pi\epsilon_0 a)^2 E_d}{(zZq^2)^2}} \sqrt{E_d} \right]\right) = 3.84 \times 10^{-37} \text{ Hz} \quad (49)$$

مقادیر Γ و حداکثر انرژی ذرات برای تعداد مختلف دوترون در رشته $\omega_{Pd} = 1.28595194 \times 10^{14} \text{ Hz}$ برای $N=2 \dots N=7$ و تعداد مختلف پروتون در رشته $N=2 \dots N=7$ برای

$\omega_{Pd} = 1.94628663 \times 10^{14} \text{ Hz}$ در جدول 1 و جدول 2 ذکر شده است. اولین و آخرین دوترون یا پروتون در رشته و دوترون یا پروتون فرد دارای بالاترین انرژی ممکن هستند.

جدول 1. Γ برای دوترون‌های جفت شده در رشته برای $1.28595194 \times 10^{14} \text{ Hz}$ $\omega_{Pd} =$

تعداد دوترون در رشته (N)	بیشترین انرژی دوترون (eV)	Γ برای دوترون با بیشترین انرژی (Hz)
N=2	$2/82 \times 10^{-5}$	~0
N=3	$10/73 \times 10^3$	$5/3 \times 10^{-10}$
N=4	$2/8 \times 10^{-3}$	~0
N=5	$3/11 \times 10^{-4}$	~0
N=6	$2/84 \times 10^{-3}$	~0
N=7	$267/61 \times 10^3$	$3/84 \times 10^{-37}$

جدول 2. Γ برای پروتون‌های جفت شده در رشته برای

$$\omega_{Pd} = 1.946286632 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

برای $N=1$ ما نوسانگرهای جفت نشده‌ای نداریم و تشدید زمانی اتفاق می‌افتد که ω_{Pd} پالادیوم تقریباً برابر بسامد زاویه‌ای دوترون ω_d یا بسامد زاویه‌ای پروتون ω_p باشد. معادله انرژی جنبشی تشدید برابر است با [27]:

$$K = \frac{1}{16} \frac{F_0^2}{m} t^2 \quad (50)$$

در اینجا F_0 برابر با نیروی متوسط پالادیوم به دوترون یا پروتون است. دوترون یا پروتون انرژی جنبشی K در زمان t دارند. جابجایی دوترون یا جابجایی پروتون x برابر است با [27]:

$$x = \frac{F_0}{2m\omega} t \sin(\omega) \quad (51)$$

4. مقایسه با نتایج تجربی.

در سال 2001، میزونو و آکیموتو آزمایشی را انجام دادند و انتشار نوترون‌های حاصل از الکترولیز پالادیوم و پلاتین را در الکترولیت آب اندازه‌گیری کردند. در اینجا پروتون باید با هسته اتم پالادیوم برهم‌کنش داشته باشد [23]. نتایج اندازه‌گیری آنها برای دو نمونه (نمونه 1) و نمونه (4) در جدول 3 نشان داده شده است [23]. در این آزمایش میانگین تولید نوترون در نمونه شماره 1 و نمونه شماره 4 مطابق با جدول 3 است [23].

جدول 3. میانگین تشخیص نوترون در واحد زمان $(n/(cm^2 s))$

شماره نمونه	میانگین تشخیص نوترون $n/(scm^2)$	شماره نمونه	میانگین تشخیص نوترون $n/(scm^2)$
1	8772	4	7869

برای نرخ تشخیص نوترون در واحد زمان داریم:

$$d_rate = production_rate \times T \quad (62)$$

در اینجا T از رابطه زیر به دست می آید [26]:

$$T = \frac{e^{-\frac{R}{L}}}{4\pi RD} \quad (63)$$

که طول انتشار حرارتی برای آب L_1 و طول انتشار حرارتی آب سنگین L_2 : $L_1 = 2.88 \text{ cm}$, $L_2 = 171 \text{ cm}$, ضریب انتشار آب D_1 و ضریب انتشار آب سنگین D_2 : $D_1 = 0.16 \text{ cm}^2$, $D_2 = 0.87 \text{ cm}^2$, شعاع کره ای است که منبع نوترونی در مرکز آن وجود دارد. داریم:

$$T_1 = \frac{e^{-\frac{R}{L_1}}}{4\pi RD_1} = 1.54 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{cm}^2} \quad (65)$$

$$T_2 = \frac{e^{-\frac{R}{L_2}}}{4\pi RD_2} = 8.64 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{cm}^2} \quad (66)$$

در نتیجه برای نرخ تشخیص نوترون در واحد زمان برای نمونه (1) (آب) و نمونه (4) (آب سنگین) داریم:

$$d_rate(1) = 5.694 \times 10^6 \times 1.54 \times 10^{-3} = 8.768 \times 10^3 \frac{n}{\text{scm}^2} \quad (66)$$

$$d_rate(4) = 9.1 \times 10^5 \times 8.64 \times 10^{-3} = 7.86 \times 10^3 \frac{n}{\text{scm}^2} \quad (67)$$

نرخ آشکارسازی نوترون در واحد زمان (n/scm^2) در معادله های (66) و (67) مطابقت خوبی با نتایج تجربی در جدول 3 دارد.

5. نتیجه گیری.

در این پژوهش معادله گاموف برای پدیده تونل زنی خارج به داخل هسته اتمی توسعه داده شد. با بررسی نتایج برهم کنش های مختلف ذرات پروتون و دوترون با ایزوتوپ های پایدار پالادیوم، مشخص شد که تنها ایزوتوپ ^{105}Pd می تواند از طریق پدیده تونل زنی کوانتومی ذرات نوترون تولید نماید. نرخ تولید نوترون را توسط معادله گاموف بدست آوردیم. ذرات دوترون یا پروتون جذب شده در داخل شبکه بلور پالادیوم در دمای خاصی شروع به نوسان تشدید می کنند و با پدیده تونل زنی کوانتومی وارد هسته پالادیوم می شوند.

با توجه نتایج آزمایش میزونو، محاسبات تونل زنی کوانتومی هم نتایج نزدیکی به نتایج تجربی نشان می دهد. در این آزمایش از 82 گرم پالادیوم استفاده شد. بنابراین این مقدار 0.9 مول پالادیوم است. تعداد پروتونهای جذب شده در مدت زمان الکترولیز در نمونه (1) $(n_p = 6.5 \times 10^{12})$ می باشد و در نمونه (4) در مورد دوترون برابر با $(n_d = 8.49 \times 10^{14})$ می باشد. میزان دوترون و پروتون جذب شده به پالادیوم از قانون آرنیوس [24] بدست می آید که $k = f \exp(-E/RT)$ است. که در اینجا k آهنگ جذب شدن است، f فرکانس برخورد دوترون یا پروتون به سطح پالادیوم است، E انرژی فعالسازی جذب شدن است که برای دوترون برابر با 15 کیلوژول برمول و برای پروتون برابر با 20 کیلوژول برمول است [25]. مقدار R برابر است با 8.134 ژول برمول است. با ضرب کردن k در مدت زمان الکترولیز تعداد ذره جذب شده در بلور پالادیوم بدست می آید. f فرکانس برخورد است که برابر است با $f = n\sigma v$ [22]. در اینجا n تعداد ذرات آب یا آب سنگین در سانتیمترمکعب است که برابر است با $n = 3.345 \times 10^{22}$, σ سطح مقطع برخورد cm^2 [15]

$\sigma = \pi(R_{Pd} + R_o)^2 = 3.11 \times 10^{-15} \text{ cm}^2$. v سرعت مولکولهای آب و آب سنگین است که $v = 5.9 \times 10^4 \text{ cm/s}$.

در نمونه (1) 1.31×10^{11} ذره در ثانیه $k =$ و برای نمونه (4) (دوترون) 2.645×10^{11} ذره در ثانیه $k =$ است، با ضرب این مقادیر در مدت زمان الکترولیز 50 ثانیه برای نمونه (1) و 3200 ثانیه نمونه (4)، 5×10^{12} ذره $n_p = 6.5 \times 10^{12}$ ، $n_d = 8.49 \times 10^{14}$ بدست می آیند. با استفاده از n_d و n_p در جدول 1 و 2، برای نوترون تولید شده توسط رشته هایی با سه پروتون، سه دوترون برای نمونه (1) و نمونه (4) در آزمایش میزونو داریم:

$$Produced_neutron(1) = n_p \times \Gamma_p \quad (58)$$

چون دوترون با ورود به هسته دونوترون تولید می کند داریم:

$$P_neutron(1) = 6.5 \times 10^{12} \times 8.76 \times 10^{-7} = 5.694 \times 10^6 \frac{n}{s} \quad (59)$$

$$Produced_neutron(4) = n_d \times 2\Gamma_d \quad (60)$$

$$P_neutron(4) = 8.49 \times 10^{14} \times 1.07 \times 10^{-9} = 9.1 \times 10^5 \frac{n}{s} \quad (61)$$

منابع و مراجع

- [14] <https://www-nds.iaea.org/cdroms/#EMPIRE-3.2.3>
- [15] <https://periodictable.com/Isotopes/008.17/index.html>
- [16] Reif, F., Statistical Physics: Berkeley Physics Course—(Vol. 5), JSTOR, 1968
- [17] Staker, A., How to achieve the Fleischmann-Pons heat effect, International Journal of Hydrogen Energy, Elsevier, 48, 5, 2023
- [18] Staker, A., A model and simulation of lattice vibrations in a superabundant vacancy phase of palladium—deuterium Modelling and Simulation in Materials Science and in Materials Engineering, 28, 6, 065006, IOP Publishing, 2020
- [19] Thomson, W., Theory of vibration with applications, CrC Press, 2018
- [20] Kittel C 2005 Introduction to Solid State Physics 8th edn (New York: Wiley) pp 108–10
- [21] [https://math.libretexts.org/Bookshelves/Differential_Equations/Book%3A_Differential_Equations_for_Engineers_\(Lebl\)/2%3A_Higher_order_linear_ODEs/2.6%3A_Forced_Oscillations_and_Resonance](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Differential_Equations/Book%3A_Differential_Equations_for_Engineers_(Lebl)/2%3A_Higher_order_linear_ODEs/2.6%3A_Forced_Oscillations_and_Resonance)
- [22] Futao, Du., The collision frequency of electron-neutral-particle in the weakly ionized plasma with the power-law velocity distribution, Contributions to Plasma Physics, 60, 7, Wiley Online Library, 2020
- [23] Mizuno, T., Neutron evolution from a palladium electrode by alternate absorption treatment of deuterium and hydrogen, Japanese Journal of Applied Physics, 40, 9A, 989, (2001)
- [24] Zhang, Effects of temperature on hydrogen absorption into palladium hydride electrodes in the hydrogen evolution reaction, Journal of Electroanalytical Chemistry, 481, 2000
- [25] Schwarzer, Adsorption and Absorption Energies of Hydrogen with Palladium, The Journal of Physical Chemistry C, 126, 14500—14508, 2022
- [26] Cember, H., Introduction to health physics, Mac Grew Hill Medical, New York, Fourth edition, (2009)
- [1] Gasiorowicz, S., Quantum physics, John Wiley & Sons, 2007
- [2] Razavy, M., Quantum theory of tunneling, World Scientific, 2013
- [3] Liang, S., Quantum tunneling and field electron emission theories, World Scientific, 2013
- [4] Winful, Delay time and the Hartman effect in quantum tunneling, Physical review letters, 91, 2003
- [5] McMahon, Chemical reactions involving quantum tunneling, Science, 299, 833—834, 2003
- [6] Banerjee, Quantum tunneling and back reaction, Physics Letters B, 662, 1, 2008
- [7] Vysotskii, V., The Problem of Creating a Universal Theory of LENR, The problem of creation a universal theory of LENR, Infinite Energy, 18, 108, 30--35, 2013
- [8] Zhang, Scaling for quantum tunneling current in nano- and subnano-scale plasmonic junctions Scientific reports, 5, 1, 2015
- [9] Kyu-Jin, An Experiment in Reducing the Radioactivity of Radionuclide (137 Cs) with Multi-component Microorganisms of 10 Strains, journal of condensed matter nuclear science, 1, 2019
- [10] Vysotskii, V., Biological Transmutation of Stable and Radioactive Isotopes in Growing Biological Systems, journal of condensed matter nuclear science, 7, 2019
- [11] Govorukha, V., Novel Biotechnologies for Purification of Radioactive Waste Water, journal of condensed matter nuclear science, 53, 2019
- [12] Mastromatteo, Nuclear Signature in LENR Gas Loading Experiments, journal of condensed matter nuclear science, 1, 2020
- [13] Krane, K. D., Halliday, Introductory nuclear physics, The Classical Theory of Fields, John Wiley, New York, 465, (1988)